

latter salt WEISS claims to have found an irregular temperature dependence²⁰, which, however, might be doubted already when the spread of his emf values is considered. A difference regarding the temperature dependence of the thermal emf between cubic Li₂SO₄ and all the solid halides investigated so far is not surprising, since Li₂SO₄ differs from most other solid salts also when several other properties are considered. A similarity between Li₂SO₄ and AgI might have been expected, since these two salts

have an unusually high cation mobility, which is of the same order as for molten salts. Although an increase of the thermal emf with increasing temperature seems to be more common for melts, both the opposite behavior and temperature-independence has been found²³.

Acknowledgements

This work has been supported by “Wilhelm och Martina Lundgrens Vetenskapsfond”.

Kalorimetrische Neubestimmung der Halbwertszeit von RaD (²¹⁰Pb)

Von H. RAMTHUN

Mitteilung aus der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt, Braunschweig
(Z. Naturforschg. **19 a**, 1064—1069 [1964] ; eingegangen am 4. Juni 1964)

The half-life of RaD has been evaluated from calorimetric measurements of the specific rate of energy emission of two radium sources with different ages of enclosure. The result $\tau=21,96$ years agrees well with the value, recommended in 1931 by the international radium standard commission. The uncertainty (threefold standard deviation) of the result amounts to $\pm 0,51$ years.

Wie Tab. 1 zeigt, haben die in den letzten Jahren zur Halbwertszeit von RaD veröffentlichten Messungen die in ihrer Kenntnis bestehende Unsicherheit nicht wesentlich vermindert. Diese Feststellung überrascht angesichts der allgemeinen Verbesserung der

Zählmethoden und Geräte selbst dann, wenn man bedenkt, daß RaD Glied der natürlichen Radium-Zerfallsreihe (Abb. 1) ist und die zeitliche Abnahme der Strahlungsintensität wegen des Anwachsens der ebenfalls radioaktiven Folgeprodukte RaE und RaF (Abb. 2) nicht direkt gemessen werden kann. Die Tabelle zeigt weiter, daß viele Fehlerangaben zu optimistisch sind und daß die wahre Unsicherheit der publizierten Halbwertszeit durch sie nur mangelhaft charakterisiert wird.

Die Neubestimmung beruht auf der Messung der zeitlichen Zunahme der Wärmeleistung von emanationsdicht eingeschlossenem Radium. Aus dieser Zunahme folgerten CURIE und YOVANOVITCH¹⁰ schon 1925, daß der damals geltende Wert von 16 Jahren zu klein sein mußte. Die geringere Meßgenauigkeit und die unsichere Kenntnis der mittleren Zerfallsenergien erlaubten jedoch keine genaueren Angaben über den wahren Wert.

τ in Jahren	Jahr und Autor der Veröffentlichung
16,5 \pm 0,5	1910 G. N. ANTONOFF ¹
22	1931 Intern. Radium-Standard-Kommission ²
25,4 \pm 1,5	1950 F. WAGNER ³
19,4 \pm 0,35	1955 J. TOBAILEM ⁴
22,4 \pm 0,4	1957 W. F. MERRITT u. a. ⁵
20,4 \pm 0,3	1959 G. HARBOTTLE ⁶
23,3 \pm 0,5	1959 B. D. PATE u. a. ⁷
21,4 \pm 0,5	1960 W. R. ECKELMANN u. a. ⁸
22,85 \pm 0,7	1963 L. IMRE u. a. ⁹
21,96 \pm 0,51 *	1964 diese Arbeit

* Dreifacher Wert der in der Fehlerrechnung abgeleiteten Standardabweichung.

Tab. 1. Veröffentlichte Halbwertszeiten von RaD.

¹ G. N. ANTONOFF, Phil. Mag. **19**, 825 [1910].
² International Radium-Standards Commission Report, M. CURIE u. a., Rev. Mod. Phys. **3**, 427 [1931]; Z. Phys. **32**, 569 [1931].
³ F. WAGNER JR., ANL-4490, 5 [1950].
⁴ J. TOBAILEM, J. Phys. Radium **16**, 235 [1955].
⁵ W. F. MERRITT, P. J. CAMPION u. R. C. HAWKINGS, Canad. J. Phys. **35**, 16 [1957].

⁶ G. HARBOTTLE, J. Inorg. Nucl. Chem. **12**, 6 [1959].
⁷ B. D. PATE, C. C. SANTRY u. L. YAFFE, Canad. J. Chem. **37**, 1000 [1959].
⁸ W. R. ECKELMANN, W. S. BROECKER u. J. L. KULP, Phys. Rev. **118**, 698 [1960].
⁹ L. IMRE, G. FABRY u. J. DEZSI, Ung. Acad. Wiss., Ber. Abt. chem. Wiss., Debrecen **19**, 1 [1963].
¹⁰ P. CURIE u. D.-K. YOVANOVITCH, J. Phys. Radium **6**, 33 [1925].



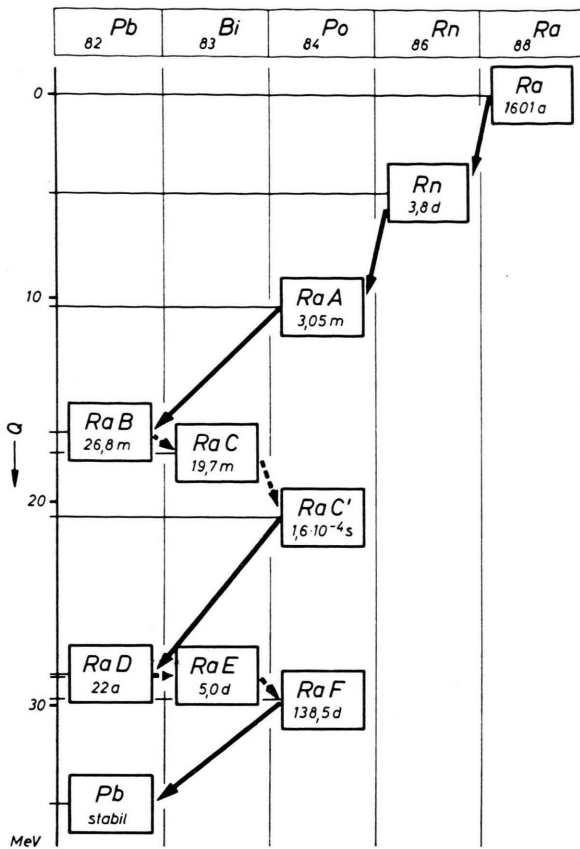


Abb. 1. Hauptglieder der Radium-Zerfallsreihe mit ihren Halbwertszeiten. Q = bei der Umwandlung freiwerdende Energie.

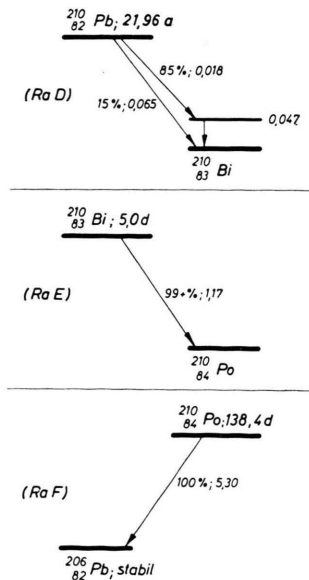


Abb. 2. Zerfallsschemata von RaD, RaE und RaF.

Mit einem kürzlich entwickelten Differential-Mikrokalorimeter¹¹ hoher Empfindlichkeit kann die relativ kleine Änderung der Wärmeleistung genügend genau gemessen werden, um aus ihr einen neuen Wert für die Halbwertszeit von RaD abzuleiten.

1. Kalorimeter

Abb. 3 zeigt einen Längsschnitt durch das Kalorimeter mit den beiden symmetrisch angeordneten Kalorimetergefäßen (3). In eines von ihnen wird das Meß-

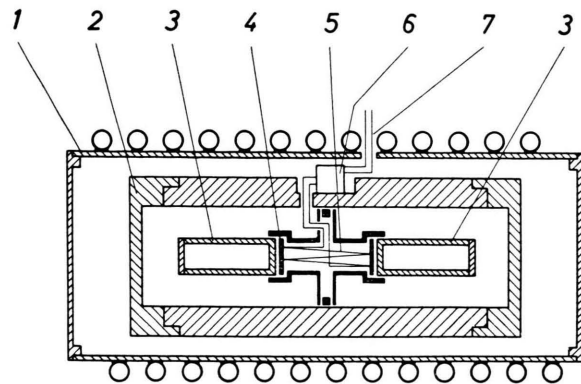


Abb. 3. Vereinfachter Längsschnitt durch das Differential-Kalorimeter ohne Schutzgehäuse. 1 = isothermer Mantel, 2 = Dämpfungsmantel aus Kupfer, 3 = Kalorimetergefäße, 4 = Platte mit Lötstellen der Thermosäule, 5 = Thermosäule Cu/Konstantan, 6 = Umpolschalter, 7 = Leitung zum Photozellenverstärker.

präparat eingelegt, in dem anderen wird eine elektrische Heizleistung so eingeregelt, daß beide Gehäuse die gleiche Temperatur annehmen. Eine Thermosäule mit 1,5 mV Thermospannung pro Grad Temperaturdifferenz und ein nachfolgender Photozellenverstärker mit der Nachweisgrenze $5 \cdot 10^{-10}$ V dienen zur Messung der Temperaturdifferenz. Je nach den verwendeten Kalorimetergefäßen und ihrem Wärmewiderstand gegen den umgebenden Kupfermantel (2) liegt die Thermospannung für $1 \mu\text{W}$ Leistungsdifferenz zwischen 60 und 100 nV. Die nicht völlig vermeidbare Unsymmetrie wird durch einen zweiten Abgleich bei elektrischer Zusatzheizung auf der Präparateseite ermittelt und bei der Berechnung der Wärmeleistung berücksichtigt; zu diesem Zweck sind beide Kalorimetergefäße mit Heizwicklungen aus Manganindraht versehen. Der Mantel (1) wird durch einen doppelt geregelten Umlaufthermostat innerhalb $\pm 0,001$ grad auf konstanter Temperatur gehalten. Der massive Kupfermantel (2) dient zur Dämpfung der verbleibenden Schwankungen und zur Vermeidung von Temperaturgradienten in Längsrichtung. Gleichmäßige Temperaturänderungen des Kupfermantels beeinflussen das Meßsystem nur in dem Maße,

¹¹ H. RAMTHUN, PTB-Mitteilungen **74**, 117 [1964].

wie die Produkte aus Wärmewiderstand und Wärmekapazität der beiden Kalorimetergefäße voneinander abweichen.

2. Wärmeleistung von Radium und den Folgeprodukten

Die Wärmeleistung P eines Präparates, das aus RaD- und RaF-freiem Radium hergestellt und emanationsdicht eingeschlossen wurde, hängt nach

$$P = \sum_i a_i \bar{E}_i \quad (1)$$

von den Aktivitäten a_i und den mittleren Zerfallsenergien \bar{E}_i der in ihm enthaltenen Radionuklide ab. Die Berechnung der auf den Radiumgehalt bezogenen Wärmeleistung beim Einschlußalter t wird dadurch vereinfacht, daß sich die Folgeprodukte in drei Gruppen zusammenfassen lassen, deren Glieder jeweils praktisch die gleiche Aktivität wie das Anfangsglied der Gruppe haben:

$$P = a_1 \sum_{i=1}^6 \bar{E}_i + a_7 \sum_{i=7}^8 \bar{E}_i + a_9 \bar{E}_9. \quad (2)$$

Hierin bezieht sich die Numerierung auf die Folge der Hauptglieder nach Abb. 1; im besonderen stehen 1 für Ra, 7 für RaD und 9 für RaF. Unter den Voraussetzungen

$$a_7 = a_9 = 0 \quad \text{für} \quad t = 0$$

folgen aus den kinetischen Zerfallsgleichungen für das Einschlußalter t die Aktivitätsverhältnisse

$$\frac{a_7}{a_1} = v(t) = \frac{\lambda_7}{\lambda_7 - \lambda_1} [1 - \exp\{-(\lambda_7 - \lambda_1)t\}] \quad (3)$$

und

$$\frac{a_9}{a_1} = w(t) = \frac{\lambda_7 \lambda_9}{(\lambda_7 - \lambda_1)(\lambda_9 - \lambda_1)} - \frac{\lambda_7 \lambda_9 \exp\{-(\lambda_7 - \lambda_1)t\}}{(\lambda_7 - \lambda_1)(\lambda_9 - \lambda_7)} + \frac{\lambda_7 \lambda_9 \exp\{-(\lambda_9 - \lambda_1)t\}}{(\lambda_9 - \lambda_1)(\lambda_9 - \lambda_7)} \quad (4)$$

mit den Zerfallskonstanten

$$\lambda_1 = 0,0004329 \pm 0,0000080 \text{ a}^{-1} (\tau = 1601 \text{ a}) \quad \text{für Radium}^{12}$$

$$\lambda_7 \quad \text{für RaD und}$$

$$\lambda_9 = 1,828 \pm 0,001 \text{ a}^{-1} (\tau = 138,4 \text{ d}) \text{ für RaF}^{13}.$$

Ersetzt man in Gl. (2) a_7 und a_9 durch die Beziehungen (3) und (4) und dividiert noch durch die Masse m des im Präparat enthaltenen Radiums, so kommt man auf

$$\frac{P}{m} = \frac{a_1}{m} \sum_{i=1}^6 \bar{E}_i + v(t) \frac{a_1}{m} \sum_{i=7}^8 \bar{E}_i + w(t) \frac{a_1}{m} \bar{E}_9. \quad (5)$$

Die auf die Masse bezogene Aktivität a_1/m und die Zerfallskonstante λ_1 von Radium wurden aus eigenen kalorimetrischen Messungen an mehreren HÖNIGSCHMID-Standards abgeleitet. Mit dem Zahlenwert $a_1/m = 3,659 \cdot 10^7 \text{ mg}^{-1} \text{ s}^{-1}$ und den von MARTIN und TUCK¹⁴, GORSHKOV und SHIMANSKAYA¹⁵ und RYTZ¹⁶ angegebenen mittleren Zerfallsenergien wurden folgende Werte

$$\begin{aligned} \frac{a_1}{m} \sum_{i=1}^6 \bar{E}_i &= N_I = 159,02 \text{ } \mu\text{W/mg} \\ &\quad \text{für Ra + kurzlebige Folgeprodukte,} \\ \frac{a_1}{m} \sum_{i=7}^8 \bar{E}_i &= N_{II} = 2,22 \pm 0,05 \text{ } \mu\text{W/mg} \\ &\quad \text{für RaD + RaE,} \\ \frac{a_1}{m} \bar{E}_9 &= N_{III} = 31,70 \pm 0,05 \text{ } \mu\text{W/mg} \\ &\quad \text{für RaF} \end{aligned}$$

berechnet. Für die Ermittlung der effektiven Wärmeleistung im Kalorimeter ist es zweckmäßig, die massenbezogene Wärmeleistung der ersten Gruppe in

$$N_I' = 148,52 \pm 0,30 \text{ } \mu\text{W/mg}$$

und

$$N_{IV} = 10,50 \pm 0,15 \text{ } \mu\text{W/mg}$$

aufzuteilen. Der zweite Term rührt von der γ -Strahlung des Radiums und seiner kurzlebigen Folgeprodukte her und wird im Kalorimeter nur nach Maßgabe des Energie-Absorptionsfaktors α wirksam. Sind m , t und α bekannt, so könnte durch Vergleich der kalorimetrisch gemessenen mit der nach

$$P/m = N_I' + \alpha N_{IV} + v(t) N_{II} + w(t) N_{III} \quad (6)$$

berechneten Wärmeleistung λ_7 bzw. die Halbwertszeit $\tau = (\ln 2)/\lambda_7$ von RaD bestimmt werden. Hierbei werden aber zur Zeit nicht erfüllbare Bedingungen an die Genauigkeit der eingehenden Zahlenwerte gestellt. Wesentlich genauer ist es, die Halbwertszeit

¹² Über die Bestimmung der Halbwertszeit und der auf die Masse bezogenen Aktivität von Radium wird demnächst an anderer Stelle berichtet.

¹³ J. EICHELBERGER u. K. JORDAN, Phys. Rev. **96**, 719 [1954].

¹⁴ G. R. MARTIN u. D. G. TUCK, Intern. J. Appl. Radiation Isotopes **5**, 141 [1959].

¹⁵ G. V. GORSHKOV u. N. S. SHIMANSKAYA, J. Nucl. Energy **5**, 115 [1957].

¹⁶ A. RYTZ, Helv. Phys. Acta **34**, 240 [1961]. — A. RYTZ, H. H. STAUB u. H. WINKLER, ibid., S. 960.

aus dem gemessenen Verhältnis

$$V_M = \frac{P_1}{m_1} \cdot \frac{P_2}{m_2} = \frac{P_1}{P_2} \cdot \frac{m_2}{m_1} \quad (7)$$

von zwei Präparaten mit etwa gleichem Radiumgehalt und großem Unterschied im Einschlußalter zu ermitteln. Für das Massenverhältnis m_2/m_1 der beiden Präparate kann das Verhältnis der primären γ -Strahlung eingesetzt werden, da diese nur vom Radium und seinen kurzlebigen Folgeprodukten emittiert wird und ihre Intensität sechs Wochen nach dem Einschluß dem jeweiligen Radiumgehalt hinreichend genau proportional ist.

Ein Vergleich des experimentell ermittelten Wertes von V_M nach Gl. (7) mit dem aus Gl. (6) berechneten Verhältnis $V(\lambda_7)$ ermöglicht die graphische Bestimmung oder Berechnung von λ_7 und τ .

3. Radiumpräparate

Für die Messung wurden zwei anfangs RaD-freie Radiumpräparate mit genau bekanntem Einschlußalter benutzt. Eines von ihnen ist der HÖNIGSCHMID-Standard ¹⁷ Nr. 5426, in den am 2. 6. 1934 19,19 mg atomgewichtsreines RaCl_2 , entsprechend 14,61 mg Ra-Element, eingewogen wurden. Das Einschlußalter des anderen Präparates datiert vom 31. 7. 1963, es enthält annähernd die gleiche Menge Radium und ist, wie der HÖNIGSCHMID-Standard, in ein Glasrohr mit 3 mm lichter Weite und 0,27 mm Wandstärke eingeschlossen ¹⁸.

4. Messungen

Für die kalorimetrischen Messungen, deren Ergebnisse Tab. 2 zeigt, wurden doppelwandige Gefäße aus Kupfer mit 3,0 + 1,5 mm Wandstärke benutzt. Durch Rechnung und nach graphischen Verfahren wurde der Energieabsorptionsfaktor für die γ -Strahlung zu $\alpha = 15,8 \pm 0,5\%$ bestimmt. Der Bestimmung liegen die auf Abb. 4 als Funktion der Quantenenergie dargestellten Massen-Energieabsorptionskoeffizienten für Kupfer und die von EVANS und EVANS ¹⁹ angegebenen γ -Energien des Radiums und seiner Folgeprodukte und deren Häufigkeiten zugrunde.

Das Verhältnis der austretenden γ -Strahlungen wurde mit einer liegenden Bleikammer nach RUTHER-

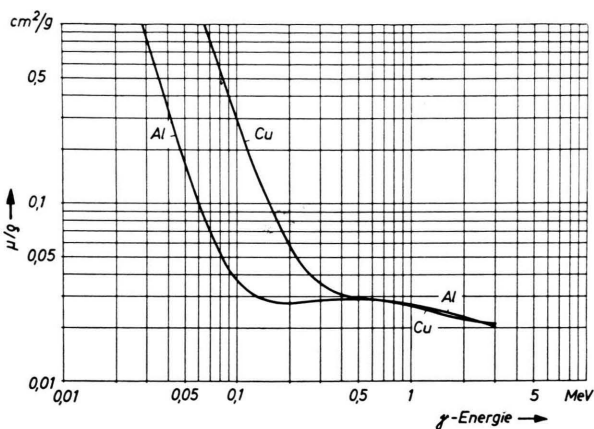


Abb. 4. Massen-Energieabsorptionskoeffizienten μ/g für Kupfer und Aluminium als Funktion der γ -Energie.

Präp. Nr.	Meßtag	P_t μW	P_0 μW	P μW	t Jahre	m mg	P/m $\mu\text{W}/\text{mg}$	P_{ges}/m $\mu\text{W}/\text{mg}$
1	28. 9. 63	2461,14	2463,06					
1	11. 12. 63	2461,79	2462,43	2462,83	29,63	14,430 *	170,67	179,51
1	7. 2. 64	2463,37	2463,01					
2	20. 9. 63	2194,66	2196,97					
2	17. 1. 64	2198,07	2198,07	2197,62	0,465	14,616 +	150,36	159,20
2	13. 2. 64	2198,54	2197,82					

* Mittelwert aus dem Vergleich mit 8 weiteren HÖNIGSCHMID-Standards.

+ Über das Verhältnis der primären γ -Strahlung aus der Masse von Präparat 1 berechnet.

Tab. 2. Kalorimetrische Messungen. P_t = gemessene Wärmeleistung; P_0 = Wärmeleistung auf den 17. 1. 64 umgerechnet; P = Mittelwert der P_0 ; t und m = Einschlußalter und Radiummasse am 17. 1. 64; P_{ges}/m = auf die Radiummasse bezogene Wärmeleistung bei vollständiger γ -Absorption.

¹⁷ O. HÖNIGSCHMID u. R. SACHTLEBEN, Z. Anorg. Allg. Chem. **221**, 65 [1935].

¹⁸ Es sei an dieser Stelle der Firma Buchler und Co., Braunschweig, für die sorgfältige Herstellung und für die leihweise Überlassung dieses Vergleichspräparates gedankt.

¹⁹ R. D. EVANS u. R. O. EVANS, Rev. Mod. Phys. **20**, 305 [1948].

FORD und CHADWICK²⁰ in 23 Messungen zu

$$J_{a2}/J_{a1} = 1,0134 \pm 0,0002$$

bestimmt. Hierbei erzeugte der Ionisationsstrom etwa 500 mV Spannungsabfall an einem Widerstand von 10^{11} Ohm. Diese Spannung wurde eingangsseitig bis auf etwa 5 mV kompensiert. Mit Hilfe eines Schwingkondensator-Verstärkers, eines Spannungs-Frequenzwandlers und eines Impulzzählers wurde in jeweils 10 min Meßzeit der zeitliche Mittelwert der statistisch schwankenden Restspannung ermittelt. Zusammen mit der Kompensationsspannung erhält man, nach Abzug des Nulleffektes, ein relatives Maß für den Ionisationsstrom.

Bei der Umrechnung des Ionisationsverhältnisses auf das Verhältnis der primären γ -Strahlung wurde die unterschiedliche Absorption der beiden Präparate berücksichtigt. Für die Absorption des grobkörnigeren HÖNIGSCHMID-Standards (Präparat 1) wurde der Mittelwert benutzt, der sich ergibt, wenn nach FRÄNZ und WEISS²¹ das geschüttete Salz einmal die Form eines Zylinderabschnittes hat und zum anderen, wenn die Absorptionsfunktion von OWEN und FAGE²² für zylindrische Anordnung des Salzes benutzt wird. Die Absorption des feinkristallinen Salzes von Präparat 2 wurde nach dem ersten Verfahren berechnet. Mit den Schüttdichten $1,75 \text{ g/cm}^3$ für Präparat 1, $1,06 \text{ g/cm}^3$ für Präparat 2, der Schüttlänge 25 mm und dem von PERRY²³ angegebenen Massenabsorptionskoeffizienten $\mu/\rho = 0,057 \text{ cm}^2/\text{g}$ für RaCl_2 erhält man

$$J_2/J_1 = K \cdot J_{a2}/J_{a1} = 0,9995 \cdot 1,0134. \quad (8)$$

Mit dem aus Gl. (8) folgenden Wert $J_2/J_1 = 1,0129$ und mit den Werten für P aus Tab. 2 wird nach Gl. (7)

$$V_M = \frac{2462,83}{2197,62} \cdot 1,0129 = 1,13514.$$

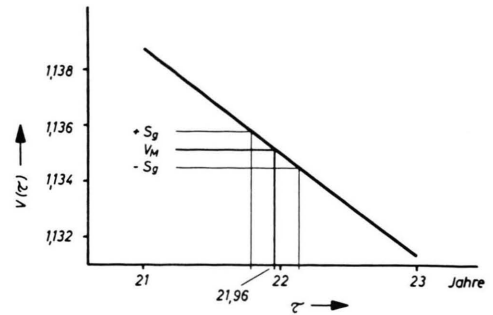


Abb. 5. Verhältnis $V(\tau)$ der Wärmeleistung von Radium beim Einschlußalter $t_1 = 29,63$ a zu derjenigen bei $t_2 = 0,465$ a als Funktion der Halbwertszeit τ von RaD. Es gilt für gleiche Radiummassen und Absorption der γ -Strahlung zu 15,8%. V_M = Meßwert von V ; $S_g = \sqrt{S_M^2 + S_V^2}$ = Gesamtfehler.

Geht man mit diesem Wert in die graphische Darstellung der Funktion $V(\tau)$ auf Abb. 5 ein, so liest man auf der Abzisse die Halbwertszeit von RaD

$$\tau = 21,96 \text{ Jahre } (\lambda_7 = 0,03156 \text{ a}^{-1})$$

ab. Die schrittweise Berechnung der Funktion $V(\tau)$ mit Hilfe der Gl. (6) und mit den dort aufgeführten Zahlenwerten zeigt Tab. 3.

5. Fehlerrechnung

λ_7 und damit auch τ wurden aus der Gleichung

$$\frac{P_1}{P_2} \cdot \frac{J_{a2}}{J_{a1}} K = V(t_1, t_2, N_I', \alpha N_{I\gamma}, N_{II}, N_{III}, \lambda_1, \lambda_7, \lambda_9)$$

bestimmt. Auf der linken Seite der Gleichung steht das experimentell ermittelte, rechts das mit Hilfe von Gl. (6) berechnete Verhältnis der auf die Radiummasse bezogenen Wärmeleistungen. Alle aufgeführten Meß- und Zahlenwerte tragen zur Unsicherheit von τ bei, diejenigen der linken Seite voll, die energiebezogenen der rechten, wegen des Auftretens derselben Zahlenwerte im Zähler und Nenner von V , in reduziertem Maße.

τ (RaD) $\lambda_7 = \ln 2/\tau$	21	22	23	a a^{-1}
$v(t_1, \lambda_7)$	0,62731	0,61015	0,59380	
$w(t_1, \lambda_7)$	0,62045	0,60331	0,58698	
$(P/m)_{t_1, \lambda_7}$	171,240	170,659	170,104	$\mu\text{W/mg}$
$v(t_2, \lambda_7)$	0,01523	0,01454	0,01392	
$w(t_2, \lambda_7)$	0,00498	0,00476	0,00455	
$(P/m)_{t_2, \lambda_7}$	150,371	150,362	150,354	$\mu\text{W/mg}$
$V(\tau)$	1,13878	1,13499	1,13136	

Tab. 3. Berechnung von $V(\tau) = \frac{(P/m)_{t_1, \lambda_7}}{(P/m)_{t_2, \lambda_7}}$ nach Gl. (3), (4) und (6).

²⁰ E. RUTHERFORD u. J. CHADWICK, Proc. Phys. Soc., Lond. **24**, 141 [1912].

²¹ H. FRÄNZ u. C.-F. WEISS, Phys. Z. **41**, 345 [1940].

²² E. OWEN u. W. FAGE, Proc. Phys. Soc., Lond. **34**, 27 [1921].

²³ W. E. PERRY, Proc. Phys. Soc., Lond. **57**, 178 [1945].

Für P_1/P_2 ergab sich durch statistische Auswertung von 16 Einzel- und Differenzmessungen an vier Radiumstandards mit etwa gleichem Radiumgehalt, wie die hier verwendeten, die Standardabweichung zu $\pm 0,03\%$. Die zur Messung der elektrischen Kompensationsleistung benutzten Geräte (Präzisionskompensator, Normalwiderstände und Normalelement) sind amtlich geprüft, und die aus ihren Toleranzen und aus den Schwankungen des Temperaturngleichgewichts abgeleitete Unsicherheit von P_1/P_2 führt etwa auf den gleichen Wert.

Für J_{a2}/J_{a1} wurde aus den 23 Doppelmessungen des Ionisationsstroms eine Standardabweichung von $\pm 0,02\%$ abgeleitet.

Die Unsicherheit des Korrektionsfaktors $K=0,9995$ für die unterschiedliche Eigenabsorption der γ -Strahlung in beiden Präparaten wurde auf $\pm 0,03\%$ geschätzt. Die Wandstärken der Glasumhüllungen beider Präparate stimmten auf $\pm 0,02$ mm überein. Hieraus und aus dem Unterschied der Schüttdichten des Radiumsalzes folgt $K < 1$ und damit eine obere Grenze für den positiven Wert der Unsicherheit. Die Standardabweichung von V_M beträgt dann $\pm 0,047\%$ bzw.

$$S_M = \pm 0,00053.$$

Die Fehler der in $V(\tau)$ auftretenden Konstanten wurden im wesentlichen den Originalarbeiten entnommen und sind bei ihren Zahlenwerten aufgeführt. Nach Multiplikation der Differentialquotienten von V nach den Konstanten mit deren Fehlern erhält man für $V(\tau)$ die Standardabweichung

$$S_V = \pm \sqrt{27^2 + 7^2 + 20^2 + 2^2 + 2^2 \cdot 10^{-5}} = \pm 0,00034$$

$$N_I' \quad \alpha N_{I_V} \quad N_{II} \quad N_{III} \quad \lambda_1, \lambda_0$$

Betrachtet man für die Zwecke der Fehlerrechnung $V(\tau)$ im benutzten Bereich als lineare Funktion von τ mit der Steigung $r = -0,0038 \text{ a}^{-1}$, deren konstantes Glied mit der Unsicherheit $\pm S_V$ behaftet ist, so folgt für die Standardabweichung der Halbwertszeit von RaD

$$S_\tau = \pm \frac{1}{r} \sqrt{S_M^2 + S_V^2} = \pm 0,17 \text{ Jahre.}$$

Da unklar war, von welcher Art die Fehler der aus der Literatur entnommenen Zahlenwerte für die E_i und λ_i sind, wurden sie wie Standardabweichungen behandelt. Die Unsicherheit des Zahlenwertes von a_1/m kann bei der Berechnung von V unberücksichtigt bleiben. Der kalorimetrische und der ionometrische Vergleich der beiden Präparate erfolgte unter jeweils gleichen Bedingungen, so daß die beiden gemessenen Verhältnisse als frei von systematischen Fehlern angesehen werden.

Die Gl. (6) gilt nicht für sehr kleine Werte von t , da sich dann das Radium noch nicht im Gleichgewicht mit seinen kurzlebigen Folgeprodukten befindet. Dem langsameren Anstieg in den ersten Wochen nach seiner Reindarstellung wurde dadurch Rechnung getragen, daß der Nullpunkt des „Einschlußalters“ von Präparat 2 5 Tage zurückverlegt wurde. Die letzte Reindarstellung des Radiums von Präparat 1 liegt etwa um die gleiche Zeitspanne vor dem 2. 6. 1934.

Eine zusätzliche Bestätigung für den aus dem Ionisationsverhältnis ermittelten Radiumgehalt von Präparat 2 liegt in der Übereinstimmung der gemessenen mit der berechneten Wärmeleistung (P/m in Tab. 3). Hier ist die von λ_7 abhängende Leistung noch vernachlässigbar klein.